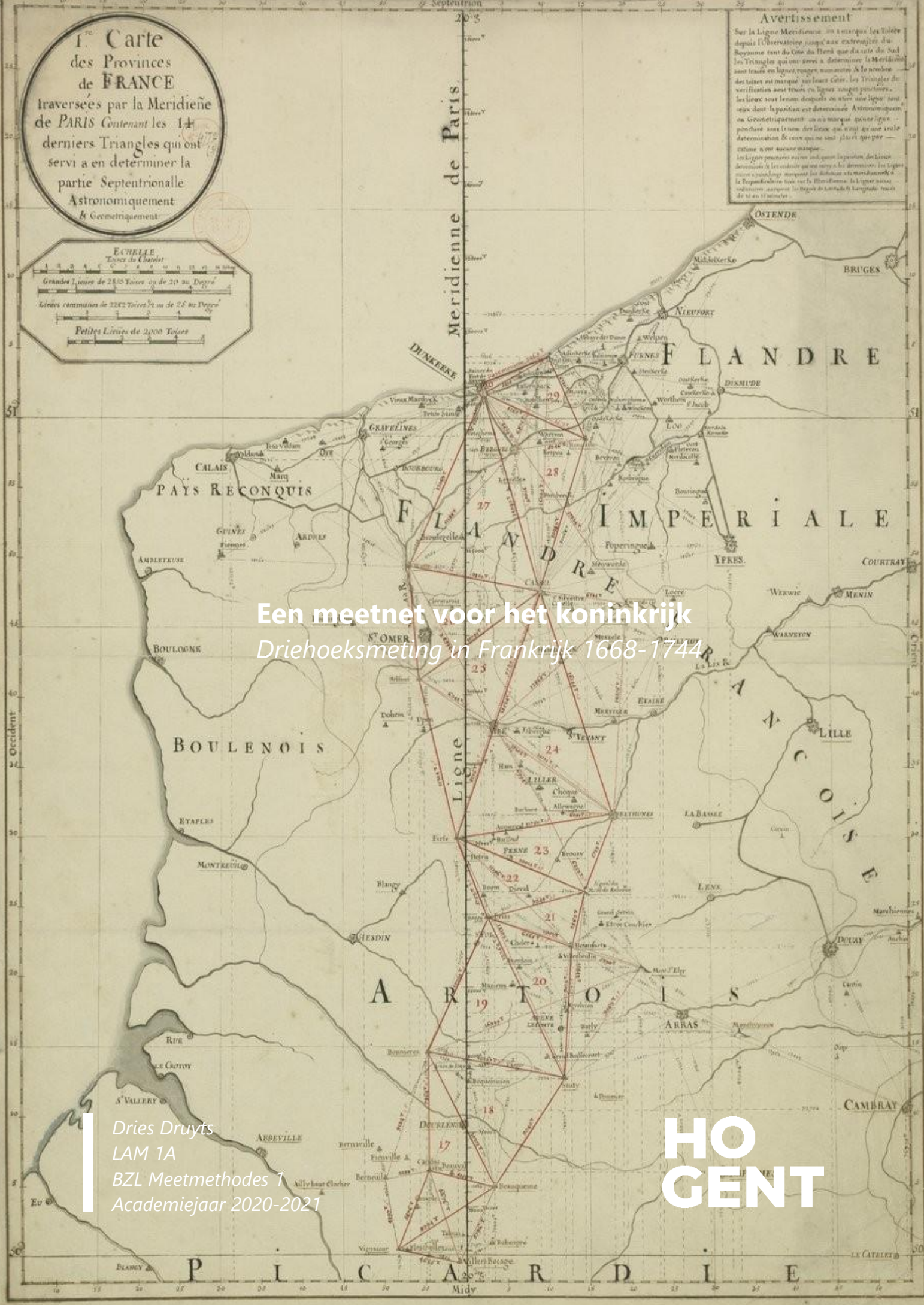


1^{re} Carte
des Provinces
de FRANCE
traversées par la Meridienne
de PARIS Contenant les 14
derniers Triangles qui ont
servi a en determiner la
partie Septentrionale
Astronomiquement
& Geometriquement

Avertissement
Sur la Ligne Meridienne on a marqué les Toises depuis l'Observatoire jusqu'aux extremités du Royaume tant du Costé du Nord que du Costé du Sud les Triangles qui ont servi a determiner la Meridienne sont tracés en lignes rouges nummrotés à la nombre des toises qui marquent sur leurs Côtés. Les Triangles de verification sont tracés en lignes rouges ponctuées. Les lieux sont tracés depuis un autre une ligne sans ceux dont la position est déterminée Astronomiquement ou Geometriquement on a marqué quelques lignes ponctuées sans le nom des lieux qui n'ont été mesurés que par observation & ceux qui ne sont plus et qui par ailleurs n'ont aucune marque.
Les lignes ponctuées marquent les positions des lieux déterminés à les endroits qui ont servi à les déterminer. Les lignes rouges à pointillés marquent les distances astronomiquement à la mer de la ligne de base sur le Meridien. La ligne rouge ponctuée marquent les lieux de latitude & longitude tracés de 10 en 10 toises.



Een meetnet voor het koninkrijk
Driehoeksmeting in Frankrijk 1668-1744

Dries Druyts
LAM 1A
BZL Meetmethodes 1
Academiejaar 2020-2021

**HO
GENT**

1re Carte des provinces de France traversées par la méridienne de Paris, contenant les 14 derniers triangles. (1718, Bibliothèque National de France)

INLEIDING

In 1744 stelde César-François Cassini de Thury (1714-1784) zijn Description Géométrique de la France voor aan de Académie des Sciences in Parijs. Het werk omschreef voor de eerste maal een landelijk stelsel op basis van driehoeksmetingen. Het was ongemeen accuraat voor die tijd en werd dé geodetische referentie in Europa. De meeste andere landen in Europa beschikten immers pas over een landelijk stelsel in de loop van de 19^{de} eeuw. Cassini plande om zijn driehoekenketting uit te breiden naar de Nederlanden, Wenen, Spanje en Groot-Brittannië.

Hoe konden 18^{de} -eeuwse meetkundigen zo'n grootschalige geodetische metingen voldoende nauwkeurig kon uitvoeren? Welke instrumenten konden ze gebruiken? 75 jaar voor de publicatie van een landelijk stelsel in Frankrijk beantwoordde had abt Jean Picard al een beslissende bijdrage geleverd aan deze kwesties. Met nieuwe instrumenten testte hij de toen al bekende techniek van de driehoeksmeting in de buurt van Parijs. De methodiek en instrumenten die Picard beschreef in zijn Mesure de la terre (1671) zouden de standaard blijven tot de nieuwe meridiaan meting van Delambre en Méchain in 1792-1798 (met de nieuwe cercle-répétiteur van Borda). Het werk ligt aan de basis van de moderne landmeetkunde. Om die reden ga ik ga uitgebreid in op de berekeningen, instrumenten en praktisch verloop van de breedtegraadmeting die Picard uitvoerde tussen 1668 en 1670.

Na gedetailleerd onderzoek van de breedte- en lengtegraad in Frankrijk kwam Picard tot een baanbrekende conclusie: Frankrijk had nood aan een landelijk stelsel. Waarom verdedigde de astronoom-landmeter dit concept? En waarom stemde de wetenschappelijke en politieke elite in het Frankrijk van Louis XIV in met deze dure en gewaagde onderneming?

Van idee tot een landelijk stelsel met 800 gemeten driehoeken was een proces van meer dan 60 jaar. Een nieuw inzicht in de vorm van de aarde en financieringsproblemen doorkruisten de metingen. Toch bleef het project op de agenda staan van de Académie des Sciences. Het koninkrijk bleek de juiste voorwaarden te scheppen voor dit titanenwerk. Het resultaat was van Europees belang en leverde een referentiekader voor de detailmeting van Franse staat in de tweede helft van de 18^{de} eeuw.

Picards meting van een breedtegraad bij Parijs

De basis

Verscholen achter een hoge tuinmuur in een zuidelijke buitenwijk van Parijs staat een piramide. In de 17^{de} eeuw stond daar de molen van Villejuif in wat toen een open landschap was. Precies op die plaats begon abt Jean Picard (1620-1682) in 1668 met meetstokken zuidwaarts te meten. Meetstok na meetstok langs een strakgespannen draad mat hij de afstand van Villejuif langs de vlakke, rechte Route de Fontainebleau (de huidige N7) tot de rand van het dorp Juvisy-sur-Orge (Essonne) en terug. Abt Picard noteerde 5663 Parijse toises in zijn logboek als gemiddelde van de 2 metingen, of ongeveer 11 kilometer (In de 17^e eeuw had elke regio van het Franse Koninkrijk zijn eigen meeteenheden. Er waren er honderden in gebruik. Op de meter is het wachten tot na de Franse Revolutie). Afstanden meten als deze was duidelijk een zware en trage klus.

Abt Jean Picard was lid van de pas opgerichte Académie des Sciences. Het probleem van de lengtebepaling stond hoog op de agenda van dit wetenschappelijk genootschap. Om een precieze lengtebepaling vast te stellen wou men zich niet enkel verlaten op astronomische waarnemingen, maar ook op een beter inzicht in de oppervlakte en de vorm van de aarde zelf. (Pelletier 2002). Jean Picard was op de hoogte van het werk van de Nederlandse wiskundige Willebrord Snellius van Royen (beter bekend onder zijn Latijnse naam Snellius, 1580-1626) die voor het eerst sinds de oudheid een graadmeting uitvoerde via triangulatie. In 1614 trachtte Snellius via aansluitende driehoeksmetingen op het terrein de lengte te bepalen van één breedtegraad langs een meridiaan. De metingen van Snellius resulteerden in een afstand van 107,37 km (Picard, 1671). Door dit te vermenigvuldigen met 360 kwam Snellius aan een schatting van 38.653,2 kilometer voor de omtrek van de aarde, een onderschatting van ongeveer 3,5%.

De instrumenten

Abt Picard wilde op zijn beurt een meting doen van één breedtegraad. Hij had alvast een groot voordeel tegenover Snellius: de introductie van de telescoop. Hoewel de telescoop al in 1609 in Nederland werd uitgevonden duurde het nog tot midden 17^e eeuw vooraleer het gebruik algemeen verspreid was. In 1669 had de telescoop al belangrijke verbeteringen gekend.

Dries Druyts

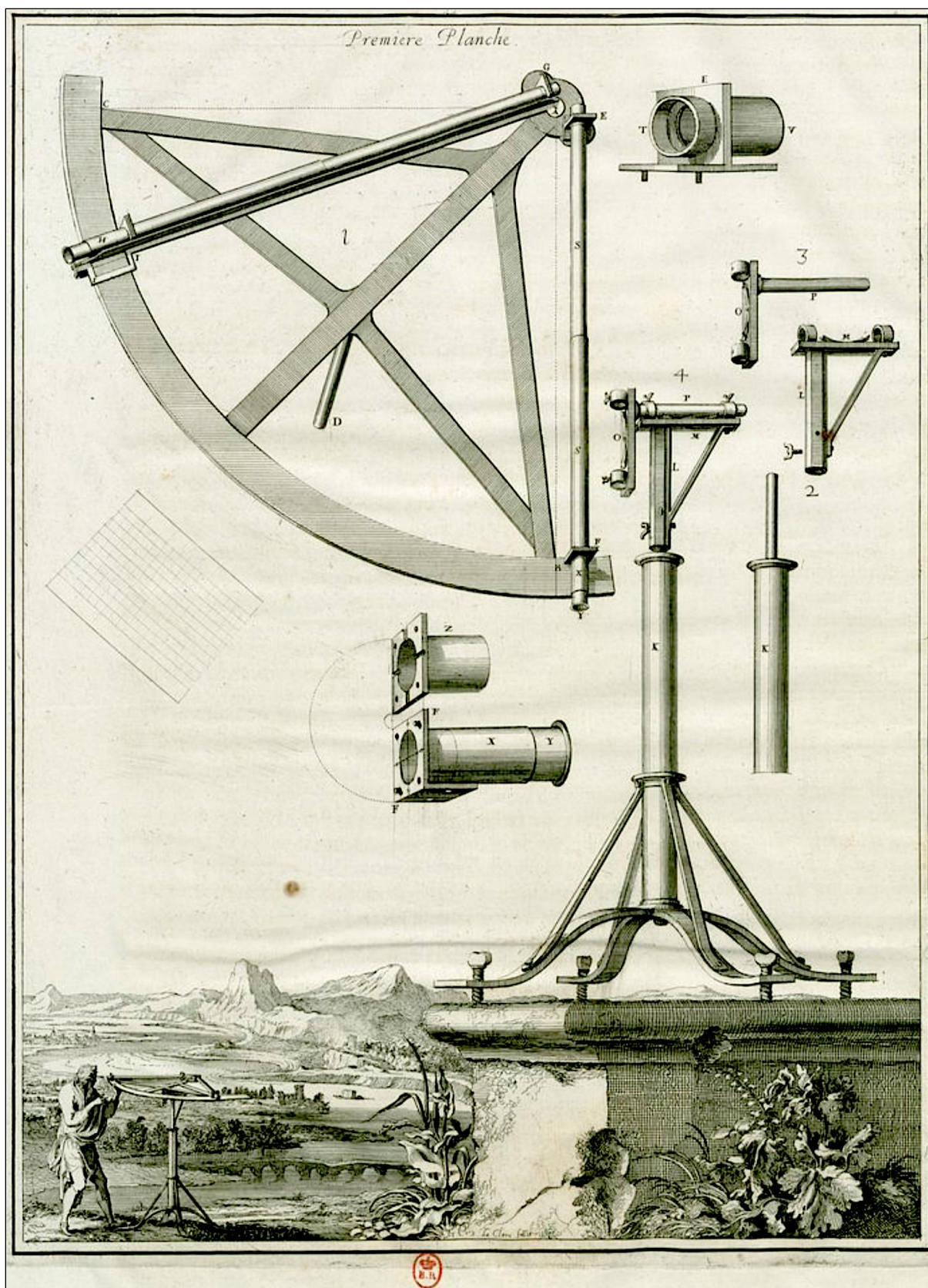
LAM 1A

BZL Meetmethodes 1

Academiejaar 2020-2021

Keppler introduceerde de kijker met twee bolle lenzen waardoor de waarnemer meer licht kon vangen. Picard was bovendien een van de eersten die een kijker gebruikte met dradenkruis en micrometer (Pelletier, 2002).

De telescoop was in de eerste plaats ontwikkeld om hemellichamen te observeren. Toch introduceerde Picard het instrument voor geodetische doeleinden. Hij ontwikkelde samen met Adrien Auzout (1622-1691) een kwadrant die uitgerust was met twee Keppler-kijkers en mat dus hoeken met voor die tijd astronomische precisie (**Afbeelding 1**). Het kwadrant had een straal iets langer dan een meter, en bijgevolg een booglengte van ongeveer 1,6 meter. 1° betekende 1,8 cm op de boog van het kwadrant. Op het kwadrant waren zelfs alle minuten aangeduid, met onderlinge afstand van 0,3 mm. Met een loep kon men hoekwaarden aflezen tot een vierde van een minuut nauwkeurig. De introductie van optische instrumenten betekende zonder meer een revolutie voor de landmeetpraktijk in de 17de eeuw. Men beschikte plots een instrument dat veel nauwkeuriger was, maar tegelijk voldoende handzaam voor het veldwerk (Picard, 1671, p. 5)



Afbeelding 1: de quart-de-cercle. *Mesure de la Terre, première planche* (Picard, 1671)

Dries Druyts

LAM 1A

BZL Meetmethodes 1

Academiejaar 2020-2021

De driehoeken

Met deze nieuwe kwadrant kon Picard nauwkeurig hoeken gaan meten vanaf het begin- en eindpunt van zijn zorgvuldig gemeten basis. Zowel in Juvisy als in Villejuif richtte hij zijn kijkertheodoliet op kerktorens van Brie-Comte-Robert (**Afbeelding 2**). Na controles noteerde hij volgende metingen:

- Hoek Brie-Comte-Robert (C) - Villejuif (A) - Juvisy (B): $54^{\circ} 4' 35''$
- Hoek Villejuif (A) - Juvisy (B) - Brie-Comte-Robert (C): $95^{\circ} 6' 55''$

Hieruit volgt de hoek ACB: $30^{\circ} 48' 30''$. Door toepassing van de sinusregel kon hij de lengte van de overige 2 zijden bepalen:

$$AB/\sin ACB = AC/\sin ABC = BC/\sin CAB$$

$$= 5663 \text{ toises}/\sin 30^{\circ} 48' 30'' = AC/\sin 95^{\circ} 6' 55'' = BC/\sin 54^{\circ} 4' 35''$$

-> $(5663 \text{ toises}/\sin 30^{\circ} 48' 30'') \cdot \sin 95^{\circ} 6' 55'' = AC = 11012 \text{ toises en } 5 \text{ pieds}$ (1 toise was verdeeld in 6 pieds).

-> $(5663 \text{ toises}/\sin 30^{\circ} 48' 30'') \cdot \sin 54^{\circ} 4' 35'' = BC = 8954 \text{ toises}$

Vanuit Brie-Comte-Robert kon Picard dan een nieuwe driehoek ADC definiëren door de kasteeltoren van Montlhéry in de meting te betrekken. Door metingen van aanliggende hoeken aan berekende driehoek zijden stelde hij zo een driehoeksnet vast van 13 driehoeken. Het meest noordelijk hoekpunt van zijn meetnet was de klokkentoren van het dorpje Sourdon in Picardië. Hij wou in het bijzonder de afstanden kennen tussen de punten E, G, I en het eindpunt N in Sourdon. De afstand GI was via de sinusregel rechtstreeks af te leiden uit de driehoek GHI. De hoeken in de driehoek DEG waren praktisch moeilijk te meten door de lange afstand en kleine hoekwaarden. Maar door de bepaling van de driehoeken CED en de driehoek DFG kende Picard wel de afstand van de zijden DG en DE.

$$DG = 25.643 \text{ toises}$$

$$DE = 8.870 \text{ toises } 3 \text{ pieds}$$

Hij kende ook de ingesloten hoek GDE uit de som van de hoeken GDF, FDC en CDE.

$$GDF + FDC + CDE = 30^{\circ} 20' 40'' + 32^{\circ} 32' 20'' + 65^{\circ} 16' 30'' = GDE$$

$$\rightarrow GDE = 128^{\circ} 9' 30''$$

De derde zijde EG was dan te berekenen via de cosinusregel:

Dries Druyts

LAM 1A

BZL Meetmethodes 1

Academiejaar 2020-2021

$$EG^2 = GD^2 + DE^2 - 2 * GD * DE * \cos GDE$$

$$EG^2 = 25.643^2 + 8870,5^2 - 2 * 25.643 * 8.870,5 * \cos 128^\circ 9' 30''$$

$$EG = 31.895 \text{ toises } 3 \text{ pieds}$$

Voor de berekening van de zijde IN ten slotte, maakte Picard gebruik van de eerder vastgestelde driehoeken IKL, KLM en LMN. Zo waren de zijden IL en LN bepaald in de driehoek ILN.

$$IL = 11.186 \text{ toises } 4 \text{ pieds}$$

$$LN = 10.691 \text{ toises}$$

De ingesloten hoek ILN kon hij vinden door de hoeken ILK, KLM en MLN op te tellen en af te trekken van 360° .

$$ILN = 360^\circ - ILK - KLM - MLN$$

$$ILN = 360^\circ - 62^\circ 57' 10'' - 87^\circ 36' 30'' - 89^\circ 53' 40''$$

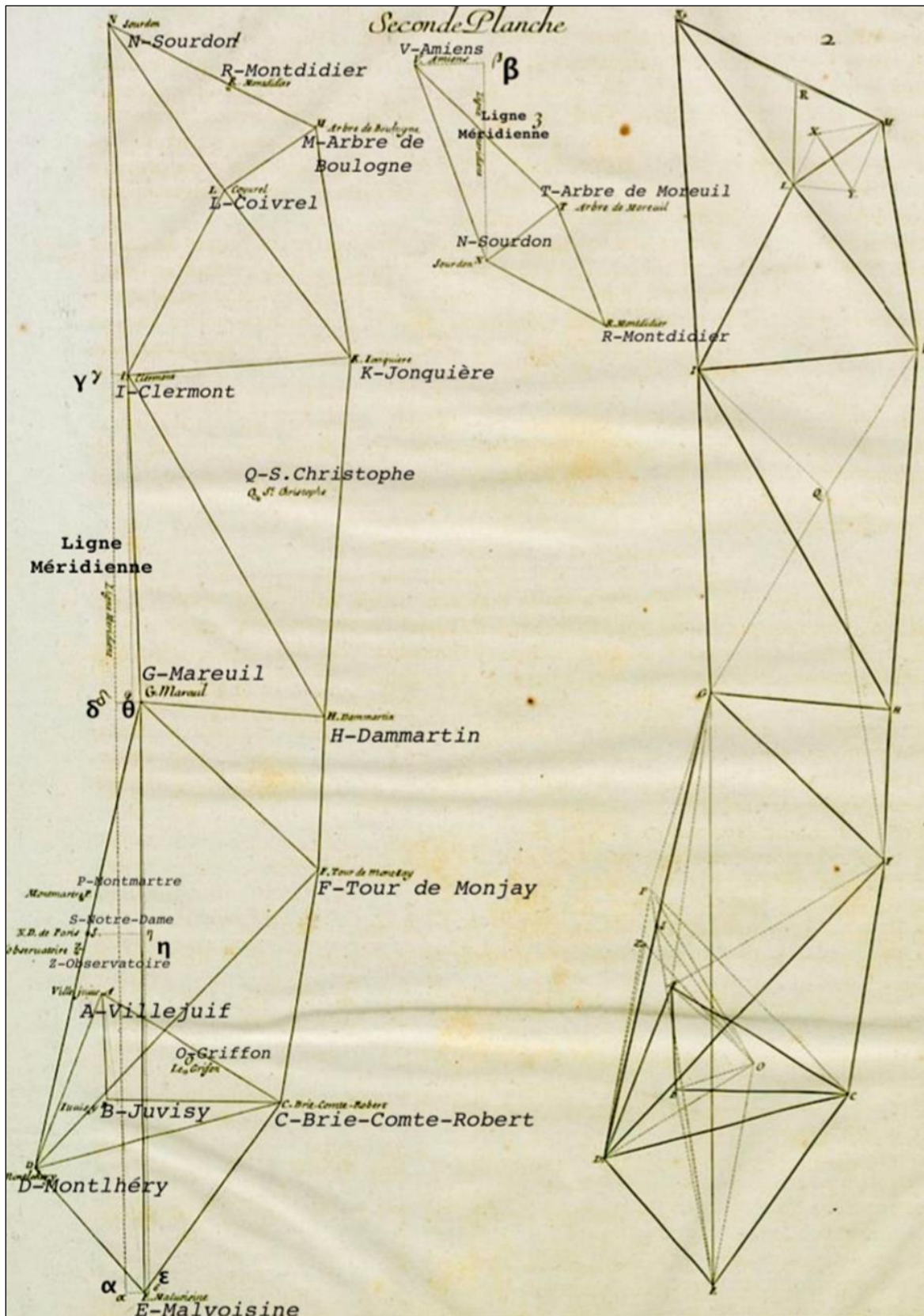
$$ILN = 119^\circ 32' 40''$$

Naar analogie van de zijde EG kon men de zijde IN vinden door de cosinusregel:

$$IN^2 = IL^2 + LN^2 - 2 * IL * LN * \cos ILN$$

$$IN^2 = 11.186,67^2 + 10.691^2 - 2 * 11.186,67 * 10.691 * \cos 119^\circ 32' 40''$$

$$IN = 18.904 \text{ toises } 4 \text{ pieds}$$



Afbeelding 2: de 13 driehoeken van Picard. *Mesure de la Terre, seconde planche.* (Picard, 1671)

Dries Druyts

LAM 1A

BZL Meetmethodes 1

Academiejaar 2020-2021

De meridiaan

Driehoeksmeting was in die tijd enkel mogelijk door te richten op kenmerkende punten in het landschap. Een horizontale hoekmeting moest op voldoende hoogte plaatsvinden. Geschikt waren torens en solitaire heuvels. Nu waren er precies op de meridiaan van Sourdon geen geschikte plaatsen voorhanden om hoekmetingen uit te voeren en net de lengtebepaling was nu juist het probleem dat men wou verhelpen. Dus de abt nam zijn toevlucht tot enkele punten die vlakbij deze meridiaan lagen: het gehucht Malvoisine (punt E, Essonne), een heuvelrug bij Mareil-en-France (punt G, Val-d'Oise) en de klokkentoren van Saint-Samson in Clermont (punt I, Oise). Hij kon de afstand berekenen tussen de projecties van deze punten op de meridiaan die door de torenspits van Sourdon loopt. Vandaag zou men deze opgave kunnen definiëren als een meting van het verschil tussen de y-coördinaten van de 4 punten. Echter, Eind 17^e refereerde men niet naar punten die gekend waren in een geografisch assenstelsel. De wetenschap was immers nog niet in staat om een nauwkeurige lengtebepaling vast te stellen op basis van hemelwaarnemingen en tijdsmeting. Picard redeneerde dus enkel in termen van vlakke driehoeksmetkunde, en niet als puntbepaling in een geografisch coördinatensysteem.

Om de punten te bepalen op meridiaan met exact dezelfde breedtegraad als de gemeten punten E, G, I en N gebruikten de wetenschappers dezelfde rekenmethode die de landmeter vandaag toepast bij polygonatie. Op basis van de cosinus van het azimut van de driehoekzijden NI, IG, en GE was Picard in staat om de projectiepunten op de gezochte meridiaan te bepalen. Om het azimut te kennen moesten de waarnemers uiteraard in staat zijn om het geografisch noorden precies te bepalen. Zij maakten gebruik van de poolster. De poolster is een stabiel, voldoende helder en circumpolair hemellichaam, maar er stelden zich desondanks twee problemen. Ten eerste stond de poolster meer dan vandaag niet precies in het noorden. Deze afwijking was niet toelaatbaar bij een meting die als meetkundige basis dienst moest doen voor cartografie en navigatie. Ten tweede betekende het gebruik van de poolster dat men het verschil moest meten tussen een richting die enkel 's nachts zichtbaar was (Polaris) en een richting die enkel bij voldoende daglicht zichtbaar was (het landschappelijk herkenningspunt).

Voor het eerste probleem greep Picard terug naar de boldriehoeksmetkunde. Op basis van de declinatie en de elevatie van de poolster berekende wist hij dat die ongeveer 3,5° uit de noordelijke hemelpool stond. Picard gebruikte volgende waarden:

- Altitude Polaris in Mareil: 49° 5'
- Declinatie Polaris: 87°32' (schijnbaar) (vandaag is dit 89° 21' ten gevolge van precessie)

Uit deze waarden kon het azimut van Polaris berekend worden. Bij een maximale oostelijke of westelijke digressie van de Polaris vormde zich een boldriehoek tussen de noordelijke

hemelpool (Np), het zenit (Z) en de poolster (Po), waarbij de hoek Z Np Po gelijk was aan 90°. Het azimut was gelijk aan de hoek γ in de rechthoekige boldriehoek Np Z Po. In deze sferische driehoek waren 2 zijden gekend:

- Schuine zijde $a = 90^\circ - \text{altitude Polaris} = 40^\circ 55'$
- Rechthoekszijde $c = 90^\circ - \text{declinatie Polaris} = 2^\circ 28'$

In een rechthoekige boldriehoek geldt:

$$\sin c = \sin a * \sin \gamma$$

Daaruit volgt:

$$\begin{aligned} \sin c / \sin a &= \sin \gamma \\ \sin 2^\circ 28' / \sin 40^\circ 55' &= \sin \gamma \\ \gamma &= 3^\circ 46' \end{aligned}$$

Dat betekent dat de poolster toen bij haar maximale digressie in oostelijke of westelijke richting een azimut had van respectievelijk $3^\circ 46'$ of $356^\circ 14'$. De waarnemers in Sourdon en Mareil kozen ervoor om de poolster te volgen tot wanneer ze haar meest oostelijke punt bereikt had. Wanneer ze dit punt loodrecht neerlieten op de horizon en corrigeerden met $3^\circ 46'$ in westelijk richting was het geografische noorden bepaald.

Er bestonden echter eenvoudigere methoden om het noorden te bepalen. Picard kon er ook voor kiezen om de poolster te observeren bij haar hoogste culminatiepunt of door vaststelling van de lokale middag. De reden om voor de oostelijke digressie te kiezen had te maken met het tweede probleem. Picard observeerde de poolster niet toevallig in maand september. Hij wist dat de oostelijke digressie in die maand optrad bij valavond (Stellarium geeft een maximale oostelijke digressie aan rond 18:40u GMT+0 in september 1669). Op dat moment kon hij met zijn telescoop Polaris al waarnemen, maar waren landschappelijke herkenningspunten nog steeds zichtbaar. Hij kon dus het azimut van zijn beschouwde richting in een keer meten. In het andere geval zou men de quart-de-cercle tijdens de nacht in zijn verticale positie moeten laten staan om dan bij daglicht het toestel horizontaal te draaien en te richten op het gekozen herkenningspunt aan de horizon (Picard, 1671, pp. 15-17)

Het mag duidelijk zijn dat Picard een geoefend astronoom was. Voordat hij lid werd van de Académie des sciences had hij al heel wat astronomische waarnemingen verricht (Pelletier, 2013, p. 66). Picard begon zijn observatie van de poolster op de heuvelrug bij Mareil. Hij mat $4^\circ 55'$ in westelijke richting tussen het voetpunt van Polaris bij haar maximale oostelijke

digressie en de klokkentoren van Clermont (richting GI). Na correctie met $3^{\circ}46'$ bedroeg het azimut $1^{\circ}9'$ naar het westen. Vandaag noteert men dit als een azimut van $358^{\circ}51'$. Doordat de hoek IGE gekend was konden de wetenschappers meteen het azimut bepalen van de richting GE:

$$IGE = IGH + FGH + DGF - DGE$$

$$IGE = 181^{\circ}35'$$

$$\text{en } \psi GI = 358^{\circ}51'$$

daaruit volgt:

$$\psi EG = 26'$$

Ondanks het feit dat Picard de driehoek IGN kende, koos hij ervoor om Polaris opnieuw te observeren in Sourdon. Eerst mat hij er met de beschreven methode het azimut van een openingsrichting NV, waarbij hij als punt V de top van de kathedraal van Amiens koos. Na correctie noteerde hij $18^{\circ}55'$ naar het westen ($341^{\circ}5'$). Uit dit azimut en de hoek VNI vond hij het azimut van de richting NI:

$$VNI = VNT + TNR + RNL + LNI$$

$$VNI = 196^{\circ}45'40''$$

$$\text{en } \psi NV = 341^{\circ}5'$$

daaruit volgt:

$$\psi IN = 357^{\circ}50'40''$$

Na de meting van het azimut konden de projectiepunten op de meridiaan van Sourdon bepaald worden:

$$\text{Afstand N - projectie I } (\gamma) = \cos \psi IN \cdot IN$$

$$N\gamma = \cos 357^{\circ}50'40'' \cdot 18.907 = 18.893 \text{ toises } 3 \text{ pieds}$$

$$\text{Afstand } \gamma \text{ - projectie E } (\delta) = \cos \psi GI \cdot GI$$

$$\gamma\delta = \cos 358^{\circ}51' \cdot 17.564 = 17.560 \text{ toises } 3 \text{ pieds}$$

$$\text{Afstand } \delta \text{ - projectie G } (\alpha) = \cos \psi EG \cdot EG$$

$$\delta\alpha = \cos 0^{\circ}26' \cdot 31.895 = 31.894 \text{ toises}$$

De totale afstand $N\alpha$ bedraagt dus afgerond 68.348 toises. In zijn boek vermeldt Picard echter 68.347 toises en 3 pieds. Bij het narekenen van de berekeningen van Picard bekwam ik soms licht afwijkende waarden, hoewel ik met dezelfde meetgegevens werkte. Uiteraard beschikte Picard niet over een rekenmachine wat maakt dat hij waarschijnlijk met een iets andere PI-waarde rekende. Picards resultaat is omgerekend gelijk aan 133,21 kilometer. Een controle op Géoportail.gouv.fr geeft voor deze afstand 133,02 kilometer. Dit is een afwijking van ongeveer 190 meter, of minder dan 0,2% !

Deze bijzonder nauwkeurige meting hadden de meetkundigen niet enkel te danken aan hun innovatieve meetinstrumenten maar ook aan hun zorgvuldige methodiek. Alle hoeken werden meermaals gemeten door meer dan een waarnemer met verschillende kwadranten. Een meetkundige voerde steeds een controle uit op een berekening van een collega. Door een basis van meer dan 11 kilometer te kiezen verlaagde Picard ook de foutenmarge. Hij wijst erop dat voorgaande driehoeksmetingen uitgevoerd door Snellius en Giovanni Riccioli (1598-1671) een veel kortere basis gebruikten (respectievelijk 1,23 kilometer en 2,07 kilometer) (Picard, 1671, pp. 22-25). Bovendien liet hij alle zijden narekenen vanuit een controlebasis OB en XY, waarna hij afwijkende resultaten uitmiddelde.

Ten slotte maakte Picard nog een inschatting van de correctie voor de hoogte van zijn meting. De gemiddelde hoogte van het terrein in het bekken van Parijs was 30 meter. Hij concludeerde dat een meting op 30 meter hoogte maximum 3 pieds (97cm) per breedtegraad kan afwijken van een meting op zeeniveau. Wanneer je de aarde als bol idealiseert is de omtrek van de aarde inderdaad slechts 52 centimeter per breedtegraad langer bij een hoogte van 30 meter.

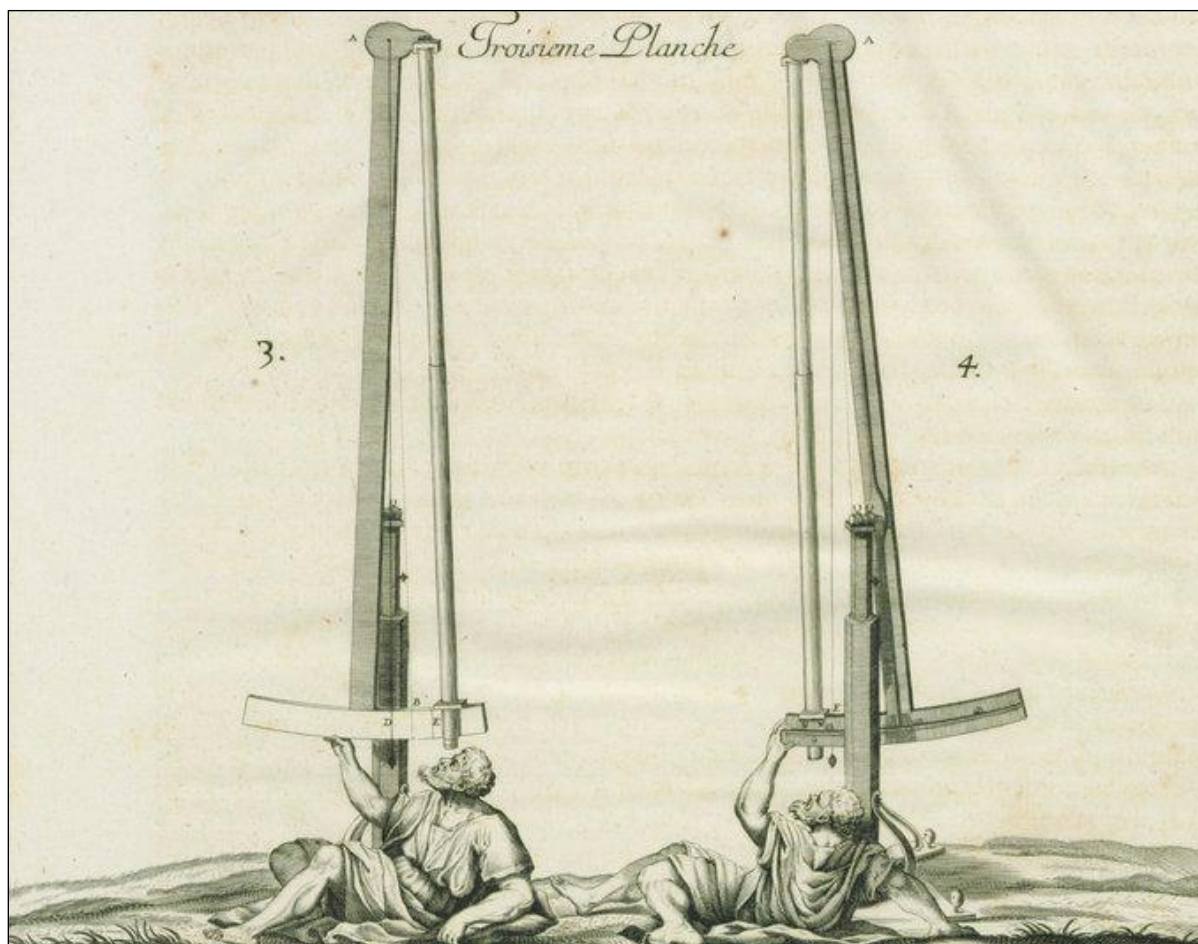
De breedtegraad

De volgende stap bestond erin om de landmeetkundige gegevens te vergelijken met hemelwaarnemingen. Toen Picard de meridiaansafstand tussen Malvoisine en Sourdon op 68.307 Toises en 3 pieds had vastgesteld, restte hem nog de precieze bepaling van het verschil in breedtegraad tussen deze twee punten. Na deze meting was het eenvoudig om te berekenen met welke afstand op het aardoppervlak een breedtegraad overeenkomt en bijgevolg wat de omtrek van de aarde is. Nu was de bepaling van de breedtegraad de meest gevoelige van het hele project. Een fout van een minuut bij een verticale hoekmeting van een hemellichaam betekent al een afwijking van ongeveer 1,85 kilometer.

Picard beschikte voor deze hemelwaarnemingen over een speciaal instrument, de zogenaamde "secteur à lunette". Picard en de leden van de Académie ontwikkelden dit instrument om zenitale hoeken te meten, dus de afstand van een hemellichaam tot het zenit. Het zenit was een meer betrouwbare referentie dan de horizon. Men mat immers op land en het terrein was

niet volkomen vlak. Bovendien ondervindt een zenitale hoekmeting minder invloed van eventuele verschillen in refractie tussen de meetpunten.

Hetzelfde principe als het kwadrant lag aan de basis van de secteur (**Afbeelding 3**): men las de hoekwaarde af op een cirkelboog. In tegenstelling tot het kwadrant had het instrument slechts een kijker. Voor de zenitale richting volstond immers een schietlood. De straal van de cirkel was een stuk groter: 10 pieds of 3,25 meter. Het kwadrant had volgens Picard een nauwkeurigheid van 10", de secteur daarentegen 3". De afstand tussen de minuut-aanduidingen bedroeg +- 0,9 mm. De cirkelboog omvatte slechts 18 graden in plaats van 90 graden bij het kwadrant. Dus de secteur kon enkel de sterren meten wanneer die minder dan 18 graden uit het zenit stonden. Het was een groot, log instrument dat zich slechts met veel moeite liet centreren. De waarnemingen controleren met een doorgeslagen kijker was voor Picard essentieel (Picard, 1671, pp. 18-21).



Afbeelding 3: de secteur à lunettes. *Mesure de la Terre, troisième planche* (Picard, 1671)

De waarnemers hoefden geen gebruik te maken van Polaris om de breedteligging te bepalen, maar konden eender welk hemellichaam uitkiezen. Picard was immers enkel geïnteresseerd in het relatieve verschil in breedteligging tussen de meetpunten. Bovendien stond Polaris ver buiten bereik van de secteur (Polaris staat in de Parijse regio ongeveer 41° uit het zenit). Het verschil in zenitale hoekwaarden van dezelfde ster op verschillende locaties is meteen het verschil in breedteligging tussen die punten. Voorwaarde is wel dat de waarnemingen gebeuren op hetzelfde tijdstip van de sterrendag.

Picard koos voor Ruchbah, een voldoende heldere ster in het sterrenbeeld Cassiopeia. Bij haar bovenste culminatiepunt stond ze in september 1670 in Parijs ongeveer 10° uit het zenit. Wanneer de ster de lokale meridiaan passeerde was er geen zonlicht. Volgens Stellarium culmineert Ruchbah op 1 september 1670 om 00:29u lokale sterrentijd, en op de 30^{ste} om 02:23u. Nabij haar culminatiepunt varieerde de hoogte van Ruchbah ongeveer $5''$ per minuut. Voor een zenitale hoekmeting met een nauwkeurigheid van $3''$ had de waarnemer ongeveer anderhalve minuut de tijd voordat de ster opnieuw hoogte verloor. Picard richtte zijn secteur vooraf op de plaats waar Ruchbah zou langskomen bij meridiaan doorgang en wachtte totdat de ster verscheen in de kijker (Picard, 1671, p. 21). Met behulp van de kruisdraden kon men goed zien wanneer de ster niet verder meer steeg aan de hemel. Men kon dan het instrument in haar positie laten staan en de hoekwaarde aflezen op boog onderaan. Na verschillende observaties noteerde Picard volgende resultaten:

Malvoisine: $9^\circ 59' 5''$

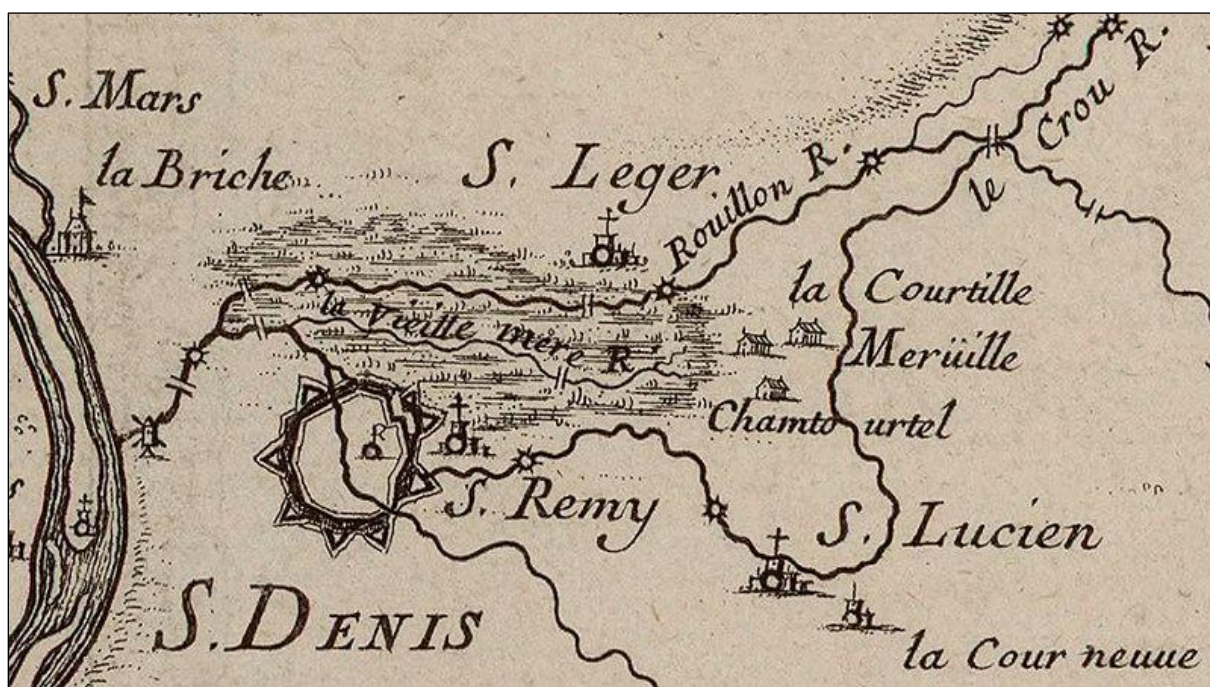
Sourdon: $8^\circ 47' 8''$

Amiens: $8^\circ 36' 10''$

Het verschil in breedteligging tussen Malvoisine en Sourdon bedroeg dus $1^\circ 11' 57''$. Dit verschil komt overeen 68.347 toises 3 pieds. Picard corrigeerde deze afstand naar 68.430 toises 3 pieds aangezien men de secteur niet kon opstellen boven een torenspits maar in de onmiddellijke omgeving. De afstand die dan overeenkwam met 1° bedroeg dus 57.064 toises 3 pieds. Picard gebruikte de meting in Amiens ter controle. Bij deze afstand was het resultaat 57.057 toises voor een breedtegraad. Het verschil tussen beide resultaten bedroeg dus slechts 7 toises of 13,6 meter. Hij stelde uiteindelijk de lengte van een breedtegraad vast op 57.060 toises of 111.21 kilometer (Picard, 1671, pp. 21-22). Dit resultaat is zeer precies voor die tijd. In de laatste versie van het World Geodetic System (WGS84) wordt de lengte van een meridiaan geschat op 20.000,93 kilometer, ofwel een gemiddelde afstand van 111,12 kilometer per breedtegraad. Picards meting wijkt dus slechts 93.7 meter af!

Picard denkt aan een landelijk stelsel

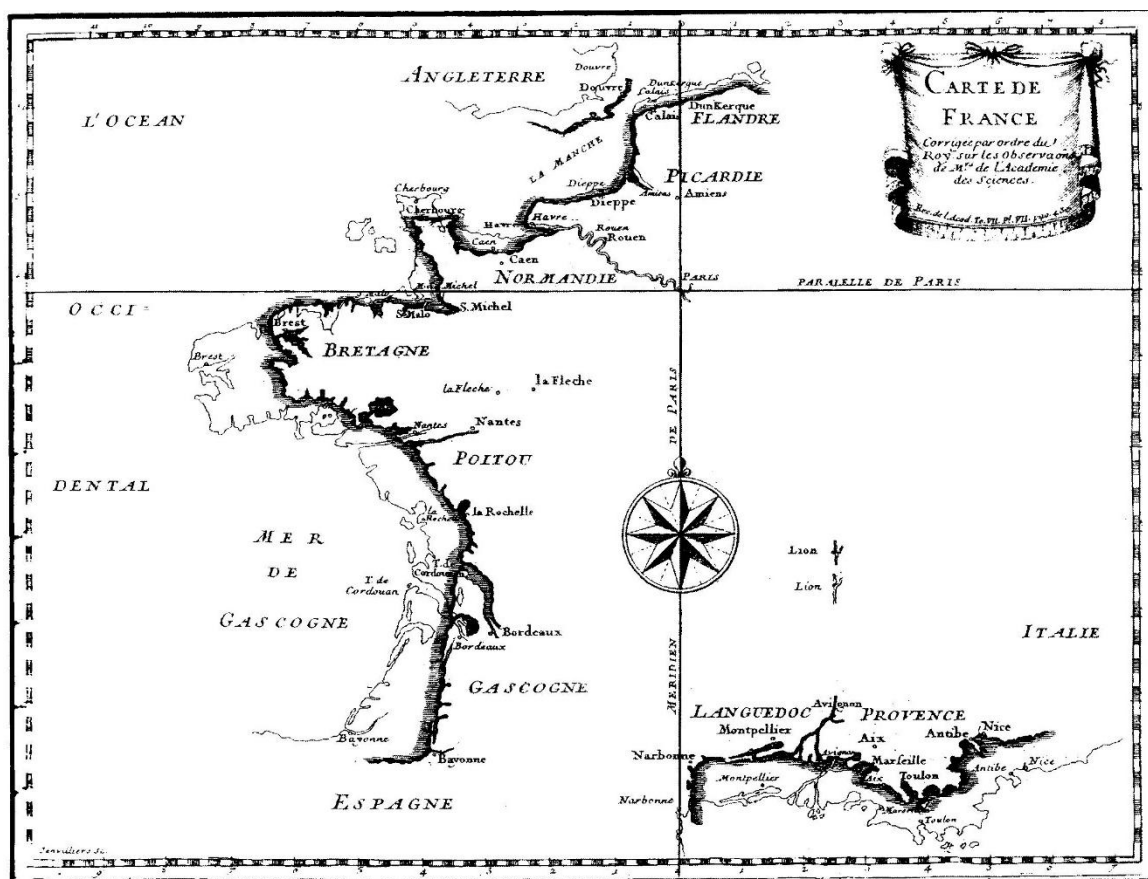
Picard publiceerde zijn bevindingen in zijn boek *Mesure de la Terre*, de eerste keer uitgegeven in 1671. Pas na zijn dood in 1682 raakte het werk algemener bekend. Picard ondernam dit project niet enkel voor geodetische doeleinden, maar ook cartografische. Nog voor hij startte met zijn project gaf de Académie des Sciences al de opdracht aan David Vivier om met behulp van driehoeksmeting en verbeterde instrumenten een kaart te maken van de omgeving van Parijs. Jean Picard en de wiskundige en fysicus Gilles Personne de Roberval (1602-1675) hielden toezicht op het werk. Het doel was om een kaart te maken met exacte onderlinge afstanden tussen de steden en dorpen. Vivier werkte 6 jaar aan zijn *Carte particulière des environs de Paris* (**Afbeelding 4**). Die eerste gravure uit 1678 was vrij sober. Zo beeldde Vivier geen wegen af of hoogtes af op, aangezien de kaart zich vooral de juiste afstanden tussen de verschillende plaatsen wilde weergeven.



Afbeelding 4: Detail van de *carte particulière des environs de Paris*, 1678

De Académie des sciences wou het Franse koninkrijk op een meer precieze en uniforme manier in kaart brengen. Daartoe gaf het Picard en de wiskundige en astronoom Philippe de la Hire (1640-1718) de opdracht om ook de lengtegraad te gaan berekenen aan de hand van een

nieuwe methode. In het jaar dat Picard zijn driehoeksmeting aanvatte reisde Giovanni Domenico Cassini (1625-1712) van Bologna naar Parijs om er de eerste directeur te worden van het nieuwe observatorium. Cassini had kort daarvoor verbeterde tabellen opgemaakt die de baan van de vier galileïsche manen van Jupiter omschreven. Picard reisde samen De la Hire door heel Frankrijk om het moment vast te leggen wanneer een van de satellieten in de schaduw van Jupiter verdween. Het verschil in tijd tussen het lokale tijdstip waarop ze het verschijnsel waarnamen en het tijdstip van hetzelfde fenomeen in het observatorium van Parijs was dan het meteen het verschil in lengtegraad tussen Parijs en de plaats van de waarneming. De impact van hun metingen werd duidelijk in de beroemde *Carte de France corrigée* (**Afbeelding 5**). De kaart vergelijkt de bevindingen van Picard, De la Hire en Cassini met een kaart van Guillaume Sanson (1633-1703), een van de invloedrijkste cartografen in het zeventiende -eeuwse Frankrijk. De kaart maakt duidelijk dat de Atlantische kustlijn een eind meer naar het oosten lag dan algemeen aangenomen, en dus het Franse koninkrijk in werkelijkheid een stuk kleiner was. Picard overleed echter eind 1682 voordat hij het resultaat kon voorstellen aan de Académie.



Afbeelding 5: *Carte de France corrigée*, 1693

Dries Druyts

LAM 1A

BZL Meetmethodes 1

Academiejaar 2020-2021

Picard wordt beschouwd als een van de grondleggers van de moderne landmeetkunde. Zijn methodiek en verbeterde instrumenten bepaalden de standaard voor de 18^{de} -eeuwse Cassinikaarten, toen de meeste accurate kaarten ter wereld (Garfield, 2013, pp. 197-199). Picard had ook een cartografisch doel voor ogen wanneer hij in 1681 aan de leden van de Académie voorstelde om zijn meridiaan verder op te meten tot de uiteinden van het koninkrijk, van Duinkerken tot Perpignan. Om de grootte van het aardoppervlak te berekenen had Picard immers voldoende aan een berekende breedtegraad aangezien hij de aarde nog steeds beschouwde als een volmaakte bol. Zijn geodetisch doel had hij dus bereikt.

Toch deed Picard het voorstel om de meer dan 8° breedtegraad tussen Duinkerken en Perpignan volledig op het terrein uit te meten. Dit was een onzekere onderneming dat bijna een decennium werk zou kosten. Hij had al meer dan een jaar werk gehad met de dertien driehoeken van de eerste graadmeting. Nu vroeg hij om een afstand te meten die ongeveer acht keer langer was. In tegenstelling tot het bekken van Parijs, zouden nu metingen bemoeilijkt worden door hoogte, diepe valleien en uitgestrekte wouden. Zeker het Centraal-Massief was een onherbergzaam gebied waar de lokale bevolking nauwelijks Frans begreep en de wetenschappers met hun vreemde instrumenten op scepsis en soms openlijk vijandschap werden onthaald (Robb, 2008, pp. 19-23).

Picard wou zijn meridiaan uitbreiden om een referentie-as te meten waarnaar dan nieuwe kaarten in alle provincies van het koninkrijk konden verwijzen. Hij wou dus starten met een soort coördinatenstelsel op het terrein te meten zodat cartografen alle plaatsen in Frankrijk in een juiste onderlinge verhouding konden weergeven. In plaats van lukraak een deel van het land op te meten met de verfijnde driehoeksmeting in functie van de regionale noden en ambities, koos Picard ervoor om eerst de kiem te leggen voor een uniform meetnet voor de hele staat (Pelletier, 2013, p. 64).

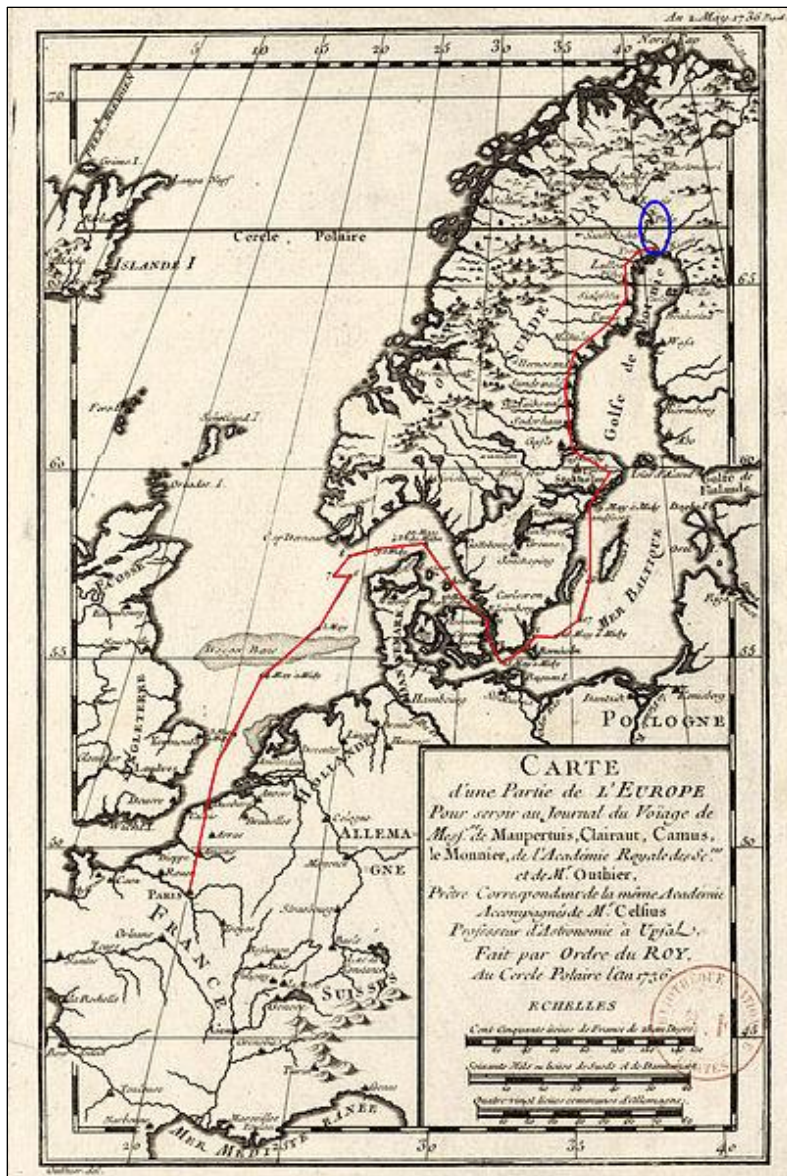
Van baanbrekend idee naar een geodetisch netwerk

Frankrijk was voor de revolutie een verzameling van oude feodale staatjes met elk hun eigen bestuur, administratie, wettelijke systemen en tolgrenzen. Lokale heren, bisschoppen en abten zwaaiden de plak. Hoe verder weg van Parijs, hoe minder vanzelfsprekend het koninklijk gezag was (Robb, 2008, p. 23). De machtige minister van Louis XIV, Jean-Baptiste Colbert (1619-1683) zag in dat het project van Picard een belangrijk potentieel inhield om meer inzicht te krijgen in het Koninkrijk en zo het centraal gezag te versterken. Een geodetisch netwerk en exactere kaarten konden Colbert helpen om de complexe administraties te hervormen, om efficiënter belastingen te innen of om een centraal wegennet aan te leggen (Pelletier, 2002) (Robb, 2008, p. 23). Colbert zag ook het belang in van een betere navigatie op zee om militaire en commerciële voorsprong te kunnen nemen op concurrerende staten.

In 1683 gaf Colbert aan de Académie des sciences de opdracht om het voorstel van Picard uit voeren. Cassini verzamelde landmeters en instrumenten en ging meteen aan de slag. Een team onder leiding van De la Hire startte in Parijs richting Duinkerken, terwijl Cassini begon met de zuidelijke verlenging richting Perpignan. Colbert overleed echter in september van datzelfde jaar en zijn opvolger Louvois (1641-1691) miskende het strategische potentieel van de onderneming. Landmeters waren voor hem in de eerste plaats ingenieurs die hij inzette voor bouw- en infrastructuurwerken zoals de omgevingswerken rond het kasteel van Versailles (Pelletier, 2013, p. 85). Nog in 1783 liet hij de metingen stilleggen. Pas in 1700 kreeg Cassini opnieuw de toestemming om het werk verder te zetten. Hij en zijn zoon Jacques Cassini (1677-1756) begonnen aan het ontbrekende stuk vanaf Bourges naar het zuiden. De zoon van De la Hire en Giacomo Filippo Maraldi (1665-1729) trokken verder richting Duinkerken. Maar al snel werd het project opnieuw opgeschort omdat de staatsfinanciën opdroogden door de Spaanse Successieoorlog (1701-1713). Pas in 1718 maten De la Hire en Maraldi de laatste hoeken in de buurt van Duinkerken.

Eind 17^e eeuw kreeg de onderneming opnieuw een bijzonder geodetisch belang. Christiaan Huyghens (1629-1695) en Isaac Newton (1643-1727) stelden vast dat de zwaartekracht op aarde niet overal precies gelijk was. Ze concludeerden dat de aarde een ellipsoïde was met afgeplatte polen. In dit geval zou de lengte van een breedtegraad in het noorden van het Frankrijk langer moeten zijn dan in het zuiden. Cassini kwam echter tot de omgekeerde conclusie: zijn metingen vertelden hem dat de breedtegraad langer werd naar het zuiden. Hij was ervan overtuigd dat de aarde wat uitgerekt was aan de polen.

Het leidde tot een aanslepend wetenschappelijk dispuut, ook binnen de Académie des sciences zelf. Om de kwestie voor eens en altijd te beslechten nam de Académie in 1735 het initiatief om twee landmeetkundige expedities op pad te sturen. Een groep zou naar de noordkust van de Botnische golf reizen (rond 66° noorderbreedte, ter hoogte van de huidige grens tussen Zweden en Finland) om daar met behulp van driehoeksmeting de lengte te berekenen van een breedtegraad (**Afbeelding 6**). Een ander team zou de oceaan zou oversteken om in Quito (toen onderdeel van het Virreinato de Peru, vandaag Ecuador) bij de evenaar 3 graden zuidwaarts te gaan meten richting Cuenca. Een vergelijking tussen beide resultaten zou dan een duidelijk bewijs leveren voor een van de twee theses.



Afbeelding 6: Carte d'une partie de l'Europe pour servir au journal du voïage de MM. de Maupertuis Clairaut, Camus, Le Monnier, de l'Academie royale des sciences... au cercle polaire, l'an 1736, 1736.

De expeditie uit het hoge noorden kwam als eerste in 1737 met een resultaat: een breedtegraad bedroeg 57.438 toises ofwel een verschil van 378 toises (736,7 meter) met het resultaat van Picard bij Parijs. Jacques Cassini publiceerde zijn meetresultaten van de Parijse meridiaan in *De la grandeur et de la figure de la terre* (1720). Hij nam er ook een tabel in op waarin hij per breedtegraad de verschillende lengtes extrapoleerde op basis van zijn gevonden waarden tijdens de meridiaan meting (**Afbeelding 7**). Bij 66° noorderbreedte voorzag Cassini een meridiaan lengte van 56509 toises, ofwel een verschil van 929 toises (1810,6 meter) met de resultaten uit Lapland.

Table des Degrés d'un Meridien de la Terre.

Hauteur du Pole.		Distance du Pole au Zenith.		Grandeur des Degrés d'un Meridien.		Hauteur du Pole.		Distance du Pole au Zenith.		Grandeur des Degrés d'un Meridien.	
Degrés.	Degrés.	Toises.	Pieds.	Degrés.	Degrés.	Toises.	Pieds.	Degrés.	Degrés.	Toises.	Pieds.
90	0	56224	4	60	30	56682	5	30	60	57580	3
89	1	56225	5	59	31	56710	3	29	61	57607	2
88	2	56228	2	58	32	56738	3	28	62	57633	4
87	3	56232	1	57	33	56766	5	27	63	57659	2
86	4	56237	1	56	34	56795	4	26	64	57684	3
85	5	56243	2	55	35	56824	5	25	65	57709	0
84	6	56250	3	54	36	56853	2	24	66	57732	4
83	7	56258	3	53	37	56884	0	23	67	57755	4
82	8	56267	2	52	38	56914	0	22	68	57777	5
81	9	56277	0	51	39	56944	2	21	69	57799	1
80	10	56287	3	50	40	56975	0	20	70	57819	3
79	11	56299	0	49	41	57006	0	19	71	57838	5
78	12	56311	3	48	42	57037	0	18	72	57857	1
77	13	56324	5	47	43	57068	1	17	73	57874	3
76	14	56339	1	46	44	57099	2	16	74	57890	2
75	15	56354	5	45	45	57130	3	15	75	57905	4
74	16	56370	4	44	46	57161	3	14	76	57920	2
73	17	56387	5	43	47	57192	4	13	77	57934	0
72	18	56405	5	42	48	57223	4	12	78	57946	4
71	19	56424	4	41	49	57254	3	11	79	57958	2
70	20	56444	3	40	50	57285	2	10	80	57969	0
69	21	56465	1	39	51	57316	0	9	81	57978	4
68	22	56486	4	38	52	57346	4	8	82	57987	2
67	23	56508	5	37	53	57377	1	7	83	57995	0
66	24	56531	4	36	54	57407	3	6	84	58001	4
65	25	56555	1	35	55	57437	3	5	85	58007	2
64	26	56579	2	34	56	57467	1	4	86	58012	0
63	27	56604	1	33	57	57496	2	3	87	58015	4
62	28	56629	4	32	58	57525	0	2	88	58018	2
61	29	56655	5	31	59	57553	0	1	89	58019	4
60	30			30	60			0	90		

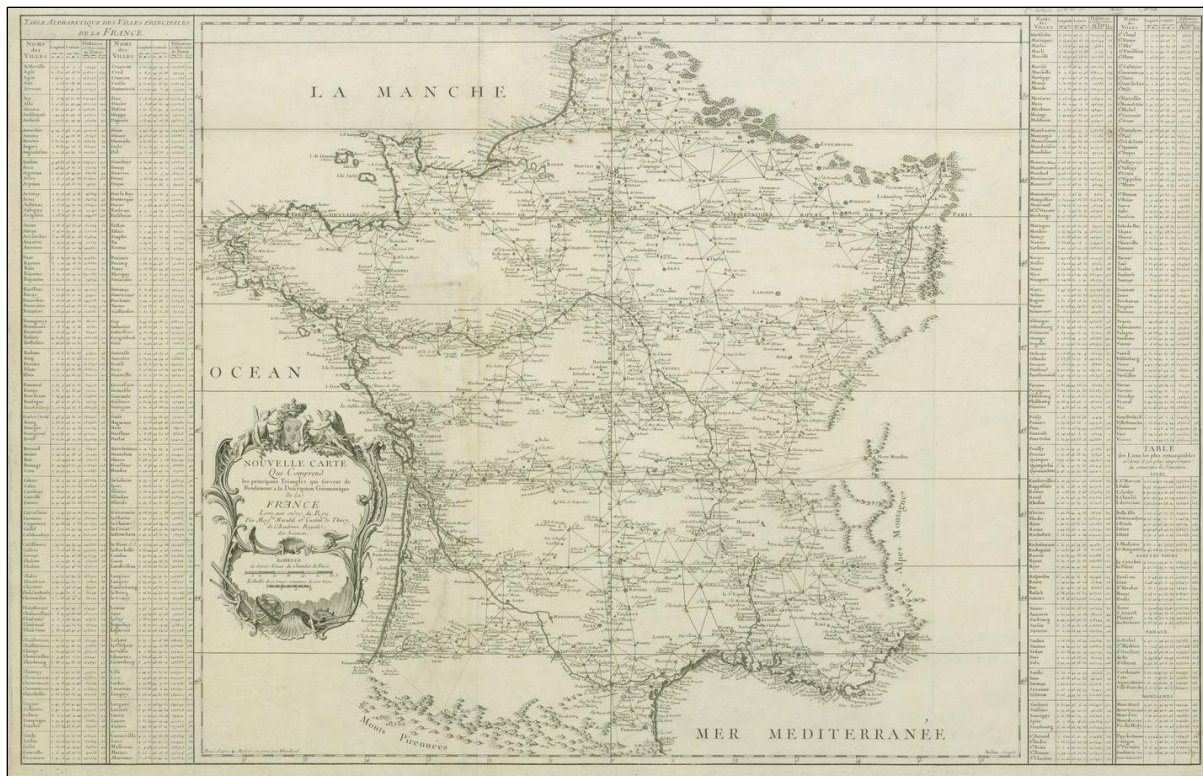
Afbeelding 7: Table des degrés d'un meridian de la terre. (Cassini, 1720)

De expeditie in Peru zou pas haar resultaten presenteren aan de Académie in 1744. Onder andere hitte, grote hoogteverschillen, een onstabiele richtpunten omwille van seismische activiteit, en onenigheden in het team zorgden ervoor dat de geleerden pas na 7 jaar terug aankwamen in Parijs. Ook hun metingen bevestigden de these van de afgeplatte polen, maar de discussie was eigenlijk al beslecht toen de noordelijke expeditie terug in Parijs aankwam. Het bewijs dat de aarde een afgeplatte vorm had, noopte Jacques Cassini tot een pijnlijke conclusie: zijn meting van de Parijse meridiaan, een levenswerk dat door zijn vader begonnen was en waaraan hij zelf werkte van 23 tot 41-jarige leeftijd, was niet precies genoeg. Al in 1739 besliste de Académie om de Parijse meridiaan opnieuw op te meten. De onderneming kwam

onder leiding van zijn zoon César-François Cassini (1714-1784), de auteur van de beroemde Cassinikaarten uit de tweede helft van de 18^{de} eeuw en Nicolas-Louis de Lacaille (1713-1762). Ze trachtten de foutenmarge te verkleinen doordat ze effectief elke hoek lieten opmeten, en dus geen afleidingen toelieten uit de som van de hoeken van de driehoek. Ze maten ook meer controlebases op het terrein. Ten slotte controleerden ze de hoogte van de meetpunten zowel met een barometer als door verticale driehoeksmeting (Pelletier, 2013, p. 99).

De hernieuwde meting van de meridiaan van Parijs was onderdeel van de verdere uitbouw van een meetnet over de hele Franse zeshoek. In 1744 publiceerden César-François Cassini en Maraldi de *Nouvelle carte qui comprend les principaux triangles qui servent de fondement à la Description géométrique de la France*. De meridiaan van Parijs doet dienst als x-as en het observatorium van Parijs is het snijpunt met de y-as, die zich uitstrekt van Granville tot de omgeving van Strasbourg. De basis voor een landelijk stelsel was gelegd (Cassini introduceerde in 1745 de "Cassini-projectie", een transversale cilindrische projectie. De meridiaan van Parijs is de centrale as zonder vervorming).

Tussen 1733 en 1744 maten meetkundigen ook zeven parallellen met een onderlinge afstand van 60.000 toises. Ook de landsgrenzen, kusten en stroomgebieden van de grote rivieren werden opgemeten. In totaal ging het om 800 gemeten driehoeken. Frankrijk beschikte nu over een voldoende gekende meetpunten om regionale kaartproductie aan te kunnen refereren. Opvallend is dat op de *Nouvelle Carte* alle hoekwaarden en afstanden van de zijden van alle 800 hoeken zijn opgelijst. Het is een kaart die elke landmeter en cartograaf wil voorzien van de juiste data (Pelletier, 2013, p. 99). Het lijkt op een soort open-bron wetenschap die iedereen uitnodigt om verder met de data aan de slag te gaan. Zo is het waarschijnlijk dat de graaf de Ferraris voor zijn kaart van de Oostenrijkse Nederlanden gebruik maakte van deze data (Vervust, 2017). De Académie ambieerde dat elke regionale machthebber, abdijs of bisschop die een kaart liet maken van het gebied dat ze bestuurden, gebruik zou maken van de meetpunten van Cassini en Maraldi. Zo kon de context ontstaan voor een kaart van Frankrijk die regionale eigenheden, noden en ambities zou weergeven (en dus ook regionaal financiering kon aanspreken), maar toch precies gerefereerd kon worden in een nationaal systeem: de *Carte de France* van Cassini (Pelletier, 2013, pp. 112-113).



Afbeelding 8: Nouvelle carte qui comprend les principaux triangles qui servent de fondement à la Description géométrique de la France, C.F. Cassini en Maraldi, 1744.

In het 18^{de} -eeuwse Frankrijk bestonden de voorwaarden om de erfenis van Picard met zulke onverzettelijkheid uit te voeren. De Académie verzamelde topwetenschappers van Europese allure. De familiale realisaties zorgden voor continuïteit in de kennisopbouw. Met een landelijk stelsel kon de Franse koning zich verder politiek definiëren als het centraal gezag van het rijk. Het landelijk stelsel had ook een belangrijk economisch nut: het maakte grootschalige infrastructuurwerken zoals kanalen en wegen gemakkelijker en de staat kon efficiënter belastingen innen.

De hele onderneming had een beslissende invloed op de moderne landmeetkunde. De driehoeksmetkunde en polygonatie zijn vandaag nog steeds basistechnieken voor de landmeter. Picard introduceerde instrumenten en methodes uit de astronomie in de horizontale meetkunde van het aardoppervlak. De landmeetkundigen betrokken bij dit landelijk stelsel hadden vaak een uitgebreide astronomische kennis. Triangulatie op het terrein was in de periode 1668-1744 onderdeel van fundamenteel wetenschappelijk onderzoek naar de vorm en oppervlakte van de aarde. Toch was het eind 17^{de} eeuw voor de leden van de Académie en Louis XIV duidelijk dat driehoeksmeting een geweldige potentieel betekende voor de cartografie.

Dries Druyts

LAM 1A

BZL Meetmethodes 1

Academiejaar 2020-2021

REFERENTIES

- Cassini, J. (1720). *De la grandeur et de la figure de la terre*. Parijs: Imprimerie Royale.
Opgehaald van
<https://play.google.com/books/reader?id=u0liAAAACAAJ&hl=nl&pg=GBS.PP13>
- Chabot, H., & Gomas, Y. (2020, November 25). *Les mesures de méridien vont-elles confirmer la théorie de Newton ?* Opgehaald van CultureSciences-Physique, Ressources scientifiques pour l'enseignement de la physique: <http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/mesure-arc-meridien.xml#N102C5>
- Edney, M. E., & Pedley, M. S. (2019). *History of Cartography volume four. Cartography in the European Enlightenment*. Chicago: The university of Chicago Press.
- Garfield, S. (2013). *Op de kaart. Hoe de wereld in kaart werd gebracht*. Amsterdam/Antwerpen: Podium/Luster.
- Halais, J. (2020, november 28). *La cartographie au service de la monarchie : la carte de Cassini*. Opgehaald van Histoire par l'image: <http://histoire-image.org/de/etudes/cartographie-service-monarchie-carte-cassini>
- Olmsted, J. W. (1976). Recherches sur la biographie d'un astronome et géodésien méconnu : Jean Picard (1620-1682). *Revue d'histoire des sciences*, 213-222.
- Pelletier, M. (2002). Science et cartographie au siècle des lumières. In M. Pelletier, *Cartographie de la France et du monde de la Renaissance au Siècle des lumières* (pp. 81-105). Paris: Éditions de la Bibliothèque nationale de la France.
doi:10.4000/books.editionsbnf.1065
- Pelletier, M. (2013). *Les Cartes des Cassini, La science au service de l'État et des provinces*. Parijs: Éditions du CTHS.
- Picard, J. (2020, november 20). *Mesure de la Terre [par l'abbé Picard]*. Opgehaald van Gallica Bibliothèque National de la France:
<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b7300361b/pdf>
- Robb, G. (2008). *De ontdekking van Frankrijk*. Amsterdam: Olympus.
- Vervust, S. (57). Studying the production process of the Ferraris maps (1770s) and its implications for geometric accuracy. (J. L. Renteux, Red.) *Maps in history*, 18-22.

Violland, D. (2020, november 20). *Mesure du degré du méridien terrestre par l'abbé Picard au XVIIe siècle. Résumé descriptif et explicatif*. Opgehaald van Calameo:
<https://en.calameo.com/read/00514149014a5aaae83cb>

Widmalm, S. (1990). Accuracy, Rhetoric, and Technology: The Paris-Greenwich Triangulation, 1784–88. In T. Frängsmyr, J. Heilbron, & R. E. Rider, *The Quantifying Spirit in the 18th Century* (pp. 179-206). Berkeley: University of California Press.